

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Комсомольский-на-Амуре государственный университет»

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ¹
по дисциплине

Тензорный анализ

Направление подготовки	01.03.04 – «Прикладная математика»
Направленность (профиль) образовательной программы	Математическое и компьютерное моделирование

Обеспечивающее подразделение
Кафедра «Прикладная математика»

Разработчик ФОС:

доцент кафедры ПМ, к.ф.-м.н.

(должность, степень, ученое звание)

(подпись)

О.В. Козлова

(ФИО)

Оценочные материалы по дисциплине рассмотрены и одобрены на заседании кафедры,
протокол № 10 от « 10 » 05 2023 г.

Заведующий кафедрой _____ А.Л. Григорьева

¹ В данном документе представлены типовые оценочные средства. Полный комплект оценочных средств, включающий все варианты заданий (тестов, контрольных работ и др.), предлагаемых обучающемуся, хранится на кафедре в бумажном и электронном виде.

1 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами образовательной программы

Таблица 1 – Компетенции и индикаторы их достижения

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения	Планируемые результаты обучения по дисциплине
Универсальные		
Общепрофессиональные		
ОПК-1 Способен применять знание фундаментальной математики и естественно-научных дисциплин при решении задач в области естественных наук и инженерной практике	ОПК-1.1 Знает основные естественно-научные составляющие задач профессиональной деятельности, а также математические и физические теоремы, законы, алгоритмы решения задач; ОПК-1.2 Умеет использовать методы решения задач, математические, физические законы для решения задач прикладного характера; ОПК-1.3 Владеет навыками использования основных математических, физических законов, теорем, алгоритмов решения в задачах профессиональной деятельности;	Знать основные естественно-научные составляющие задач профессиональной деятельности, а также математические и физические теоремы, законы, алгоритмы решения задач Уметь использовать методы решения задач, математические, физические законы для решения задач прикладного характера Владеть навыками использования основных математических, физических законов, теорем, алгоритмов решения в задачах профессиональной деятельности
Профессиональные		

Таблица 2 – Паспорт фонда оценочных средств

Контролируемые разделы (темы) дисциплины	Формируемая компетенция	Наименование оценочного средства	Показатели оценки
Основы тензорного анализа.	ОПК-1	РГР	Знает основные тензорного анализа и умеет их применять для решения задач.

2 Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие процесс формирования компетенций

Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений,

навыков и (или) опыта деятельности, представлены в виде технологической карты дисциплины (таблица 3).

Таблица 3 – Технологическая карта

	Наименование оценочного средства	Сроки выполнения	Шкала оценивания	Критерии оценивания
7 семестр <i>Промежуточная аттестация в форме «Зачет с оценкой»</i>				
	РГР	В конце семестра	50 баллов	<p>50 баллов - студент правильно выполнил задание. Показал отличные владения навыками применения полученных знаний и умений при решении профессиональных задач в рамках усвоенного учебного материала. Ответил на все дополнительные вопросы на защите.</p> <p>30 баллов - студент выполнил задание с небольшими неточностями. Показал хорошие владения навыками применения полученных знаний и умений при решении профессиональных задач в рамках усвоенного учебного материала. Ответил на большинство дополнительных вопросов на защите.</p> <p>15 баллов - студент выполнил задание с существенными неточностями. Показал удовлетворительное владение навыками применения полученных знаний и умений при решении профессиональных задач в рамках усвоенного учебного материала. При ответах на дополнительные вопросы на защите было допущено много неточностей.</p> <p>0 баллов - при выполнении задания студент продемонстрировал недостаточный уровень владения навыками применения полученных знаний и умений при решении профессиональных задач в рамках усвоенного учебного материала. При ответах на дополнительные вопросы на защите было допущено множество неточностей.</p>
	Текущий контроль:	-	_ 50 _ баллов	-
<p>Критерии оценки результатов обучения по дисциплине:</p> <p>0 – 64 % от максимально возможной суммы баллов – «неудовлетворительно» (недостаточный уровень для промежуточной аттестации по дисциплине);</p> <p>65 – 74 % от максимально возможной суммы баллов – «удовлетворительно» (пороговый (минимальный) уровень);</p> <p>75 – 84 % от максимально возможной суммы баллов – «хорошо» (средний уровень);</p>				

	Наименование оценочного средства	Сроки выполнения	Шкала оценивания	Критерии оценивания
	85 – 100 % от максимально возможной суммы баллов – «отлично» (высокий (максимальный) уровень)			

3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие процесс формирования компетенций в ходе освоения образовательной программы

3.1 Задания для текущего контроля успеваемости

Практические занятия

1. Определить, сколько составляющих имеют объекты второго и третьего порядков в пятимерном пространстве.

2. Выписать полную систему равенств, задаваемую выражением

$$f^{ab}c_a = k^b.$$

3. Показать, что r_{we}^e есть объект первого порядка, и выписать полностью его составляющие.

4. Дан абсолютно симметричный объект f^{rst} третьего порядка, у которого $f^{111} = 6$, $f^{222} = -4$, $f^{333} = 8$, $f^{112} = 5$, $f^{113} = -2$, $f^{221} = 7$, $f^{223} = 4$, $f^{331} = -3$, $f^{332} = 5$, $f^{123} = -2$. Доопределить оставшиеся элементы объекта.

5. Выписать все возможные типы объекта пятого порядка.

6. Определить, сколько слагаемых содержится в сумме $w_{qdsa}z^qb^dr^sm^a$ в трехмерном пространстве.

7. Доказать, что если a_{mn} антисимметричен, то $a_{mn}x^m x^n = 0$, и обратно, если это уравнение верно для всех значений переменных x^r , то a_{mn} антисимметричен.

8. Получить для определителя четвертого порядка результаты, аналогичные случаю определителя третьего порядка, исследуя случай, когда индексы пробегает значения 1, 2, 3, 4 (в этом случае e -объекты являются объектами четвертого порядка и имеется четыре типа символов Кронекера).

9. Доказать, что $\frac{\partial A}{\partial a_i^r} = A_r^i$.

10. Доказать, что если $a_{mn}x^m y^n = 0$ для произвольных значений x^r и y^p , то $a_{mn} = 0$.

11. Показать, что если элементы a_s^r являются функциями переменной x^r , то

$$\frac{\partial A}{\partial x^r} = A_m^n \frac{\partial a_n^m}{\partial x^r}.$$

12. Доказать, что если A^{mn} есть алгебраическое дополнение a_{mn} в определителе $|a_{mn}|$, то

$$e_{pmn} e_{qrs} A^{pq} = a_{mr} a_{ns} - a_{ms} a_{nr}.$$

РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКАЯ РАБОТА

1. Показать, что объект четвертого порядка может быть пяти различных типов.
2. Сколько членов содержится в сумме $a_{mnp} x^m y^n z^p$?
3. Показать, что абсолютно антисимметричный объект третьего порядка имеет только шесть отличных от нуля составляющих, одинаковых по модулю.
4. Если a_{rs} есть объект второго порядка, удовлетворяющий уравнению $ba_{rs} + ca_{sr} = 0$, то показать, что либо $b = -c$ и a_{rs} симметричен, либо $b = c$ и a_{rs} антисимметричен.

5. Доказать, что

$$\delta_r^r = 3, \quad \delta_{mst}^{rst} = 2\delta_m^r, \quad \delta_{rst}^{rst} = 3!$$

6. Если b_s^r обладает тем свойством, что $b_m^r b_s^m = \delta_s^r$, то показать, что $|b_s^r| = \pm 1$.

7. Показать, что

$$\delta_{ijk}^{rst} a_m^i a_n^j a_p^k = |a_s^r| \delta_{mnp}^{rst}, \quad \delta_{ijk}^{rst} a_r^i a_s^j a_t^k = 3! |a_s^r|.$$

8. Доказать, что

$$e^{rst} A_r^i = e^{ijk} a_j^s a_k^t, \quad e_{ijk} A_r^i = e_{rst} a_j^s a_k^t.$$

9. Показать, что

$$A = \frac{1}{3!} \delta_{rst}^{ijk} a_i^r a_j^s a_k^t, \quad a_r^m A_r^m = 3A.$$

10. Доказать, что

$$\frac{\partial A}{\partial a_i^r} = A_r^i.$$

11. Если a_{mn} симметричен, показать, что A^{mn} тоже симметричен.

12. Выписать формулы, относящиеся к определителю, образованному из составляющих объекта a^{mn} .

13. Проверить численные соотношения

$$\delta_{mnp}^{ijk} \delta_{rst}^{hlp} = \delta_{rst}^{ijk} \delta_{nm}^{hl}, \quad \delta_{mnp}^{ijk} \delta_{rst}^{hnp} = 2! \delta_{rst}^{ijk} \delta_m^h, \quad \delta_{mnp}^{ijk} \delta_{rst}^{mnp} = 3! \delta_{rst}^{ijk}.$$

14. Доказать, что если $a_{mn} x^m x^n = b_{mn} x^m x^n$ для произвольных значений x^r , то $a_{mn} + a_{nm} = b_{mn} + b_{nm}$

и, следовательно, если a_{mn} и b_{mn} симметричны, то

$$a_{mn} = b_{mn}.$$

15. Показать, что если $A = 0$, то решения системы уравнений $a_{rm} x^m = 0$ удовлетворяют соотношениям

$$(x^1)^2 : (x^2)^2 : (x^3)^2 = A^{11} : A^{22} : A^{33}.$$

16. Якобиан. Если y^1, y^2, y^3 – функции от x^1, x^2, x^3 , то якобиан этих функций мы обозначим через

$$\frac{\partial(y^1, y^2, y^3)}{\partial(x^1, x^2, x^3)},$$

то есть

$$\frac{\partial(y^1, y^2, y^3)}{\partial(x^1, x^2, x^3)} = \left| \frac{\partial y^r}{\partial x^s} \right|.$$

Доказать, что если z^1, z^2, z^3 являются функциями y , то

$$\left| \frac{\partial z^r}{\partial x^s} \right| = \left| \frac{\partial z^r}{\partial y^s} \right| \cdot \left| \frac{\partial y^m}{\partial x^n} \right|.$$

17. Доказать, что

$$\frac{\partial}{\partial x^r} \left\{ \log \left| \frac{\partial y^m}{\partial x^n} \right| \right\} = \left| \frac{\partial^2 y^m}{\partial x^r \partial x^n} \right| \cdot \left| \frac{\partial x^n}{\partial y^m} \right|.$$

18. Показать, что $\gamma = |\gamma_s^r| = 1/c$.

19. Доказать, что $|c''^r_s| = |c'^r_s| \cdot |c^r_s|$.

20. Показать, что

$$\bar{a}^r = \frac{\partial \bar{x}^r}{\partial x^s} a^s, \quad \bar{a}_r = \frac{\partial x^s}{\partial \bar{x}^r} a_s.$$

21. Показать, что дифференциалы переменных dx^r образуют контравариантный вектор.

22. Показать, что если тензор в некоторой системе переменных является симметричным (или антисимметричным), то в любой другой системе переменных он также будет симметричным (или антисимметричным). Такой тензор называется симметричным (или антисимметричным).

23. Показать, что $a^r b_r^p$ есть тензор третьего порядка.

24. Доказать, что если в соотношении

$$A(r, s, t) B^{st} = C^r$$

B^{st} есть антисимметричный, а в остальном произвольный тензор, то $\{A(r, s, t) - A(r, t, s)\}$ есть тензор, а если $A(r, s, t)$ есть объект, антисимметричный относительно s, t , то $A(r, s, t)$ есть тензор.

25. Учитывая, что e_{rst} и e^{rst} – псевдотензоры веса -1 и 1 соответственно, вывести, что символы Кронекера являются истинными тензорами.

26. Показать, что если все составляющие двух псевдотензоров одного и того же порядка и веса равны в одной системе переменных, то они равны и в любой другой системе. (Два тензора, составляющие которых равны друг другу в любой системе переменных, называются равными).

27. Показать, что если a^r_{st} есть псевдотензор, зависящий от параметра α , то производная этого псевдотензора по параметру есть псевдотензор того же порядка и веса.